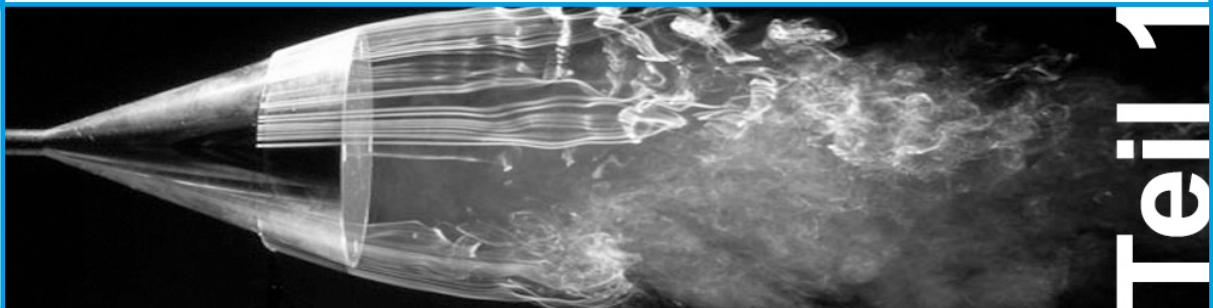


# FORMELSAMMLUNG



## STRÖMUNGSLEHRE TEIL 1

by Marcel Laube

<i>Molekularkräfte von Flüssigkeiten</i> .....	5
<b>Oberflächenspannung von Flüssigkeiten</b> .....	5
<b>Grenzflächenspannung, Kapillarität</b> .....	5
Adhäsion.....	5
Kohäsion.....	5
Steighöhe / Senktiefe (Kapillarität).....	5
<b>Freie Flüssigkeitsoberfläche</b> .....	6
<b>Kompressibilität von Flüssigkeiten</b> .....	6
<i>Ruhende Flüssigkeiten und Gase</i> .....	6
<b>Pumpenhöhe</b> .....	6
<b>Hydraulische Presse</b> .....	6
<b>Druckumwandler</b> .....	7
<b>Schweredruck von Flüssigkeiten</b> .....	7
<b>Saughöhe von Flüssigkeiten</b> .....	7
<b>Maximaler Unterdruck (Verdampfungsdruck v. Flüssigkeiten)</b> .....	7
<b>Verbundene Gefässe</b> .....	7
<b>Flüssigkeitsdruckmesser</b> .....	8
<b>Druckkräfte</b> .....	8
Mittlerer Schweredruck.....	9
<b>Auftriebskraft</b> .....	9
Dichte des eingetauchten Körpers.....	10
<b>Auftriebsdruck durch Dichteunterschied</b> .....	10
<i>Ideale stationäre Strömung</i> .....	10
<b>Kontinuitätsgleichung</b> .....	10
<b>Bernoulli-Gleichung</b> .....	11
Energiegleichung.....	11
Druckgleichung .....	11
Gesamtdruck.....	11
Druckhöhengleichung .....	11
Gesamthöhe.....	11
<b>Statischer Druck und Staudruck</b> .....	11
Dynamischer Druck.....	12
Die Piezometerlinie einer horizontalen Rohrleitung.....	13
<b>Die Venturidüse</b> .....	13
<b>Ausflussgesetz nach Toricelli</b> .....	14
Ausflussgeschwindigkeit.....	14
Gefäss mit Überdruck.....	14
Ausfliessender Volumenstrom .....	14
Tatsächlicher Ausflussvolumenstrom .....	15
Ausflusszeit.....	15
<b>Statischer Druckrückgewinn</b> .....	16

# FORMELSAMMLUNG STRÖMUNGSLEHRE

---

<i>Reale stationäre Strömung</i> .....	16
<b>Erweiterte Bernoulligleichung</b> .....	16
Höhenform .....	16
Druckform .....	16
<b>Viskosität</b> .....	17
Dynamische Viskosität.....	17
Kinematische Viskosität.....	17
<b>Absolute Rauigkeit</b> .....	17
<b>Relative Rauigkeit</b> .....	17
<b>Reynoldszahl</b> .....	17
<b>Hydraulischer Durchmesser</b> .....	18
Bei rechteckigem Querschnitt: .....	18
Bei quadratischem Querschnitt: .....	18
<b>Gleichwertiger Durchmesser</b> .....	18
<i>Strömungsformen</i> .....	18
<b>Laminare Strömung</b> .....	18
<b>Turbolente Strömung</b> .....	18
<i>Strömungsverluste bei Rohrleitungen</i> .....	19
<b>Druckverlust durch Rohrreibung</b> .....	19
<b>R-Wert</b> .....	19
<i>Druckverlust durch Rohrreibung bei laminarer Strömung</i> .....	19
Mittlere Strömungsgeschwindigkeit .....	19
<b>Rohrreibungszahl</b> .....	19
<b>R-Wert</b> .....	19
<i>Druckverlust durch Rohrreibung bei turbulenter Strömung</i> .....	20
Maximale Strömungsgeschwindigkeit .....	20
Dicke der Grenzschicht .....	20
<b>Hydraulisch glatte Rohre</b> .....	20
Rohrreibungszahl .....	20
<b>Übergangsgebiet</b> .....	20
Rohrreibungszahl .....	20
<b>Hydraulisch raue Rohre</b> .....	21
Rohrreibungszahl .....	21
<b>Flexible Rohrleitungen</b> .....	21
<i>Druckverlust durch Einzelwiderstände</i> .....	21
<b>Umrechnung auf andere Geschwindigkeiten</b> .....	21
<b>Widerstände bei Richtungsänderungen</b> .....	22
Umrechnung auf andere Winkel.....	22
Zusammengesetzte Richtungsänderungen .....	22
<b>Sprungartige Rohrerweiterung</b> .....	23

Zeta-Wert .....	23
Stossverlust.....	23
<b>Stetige Rohrerweiterung.....</b>	<b>23</b>
Diffusorwirkungsgrad .....	24
Tatsächliche Druckumsetzung .....	24
Theoretische Druckumsetzung.....	24
<b>Sprungartige Rohrverengung .....</b>	<b>25</b>
<b>Stetige Rohrverengung .....</b>	<b>25</b>
<b>Rohreinläufe .....</b>	<b>26</b>
<b>T-Stücke und Hosenrohre .....</b>	<b>26</b>
<b>Abzweigstücke .....</b>	<b>27</b>
<b>Gleichwertige Rohrlänge .....</b>	<b>27</b>
<b>Rohreinlaustrecke .....</b>	<b>27</b>
<u><i>Druckverlauf.....</i></u>	<u><i>28</i></u>
<b>Druckverlauf in horizontalen Leitungen.....</b>	<b>28</b>
<b>Druckverlauf einer Lüftungsanlage .....</b>	<b>29</b>
<b>Druckverlauf einer Heizungsanlage .....</b>	<b>29</b>
Förderdruck und Förderhöhe bei offenen Pumpensystemen.....	30
<b>Schwerkraftzirkulation bei Wassersystemen.....</b>	<b>31</b>
<b>Schwerkraftzirkulation bei offenen Türen und Fenstern .....</b>	<b>31</b>

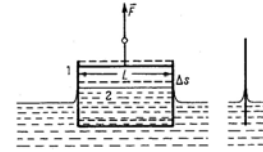
**Molekularkräfte von Flüssigkeiten**

**Oberflächenspannung von Flüssigkeiten**

$$\delta = \frac{F}{2 * L} \text{ [N/m]}$$

F = Kraft [N]

L = Länge [m]

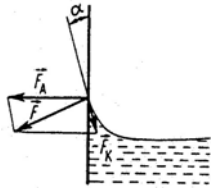


Einige Werte:

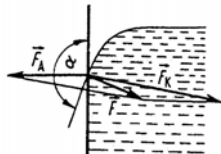
Flüssigkeit	Spannung 10 <sup>-2</sup> N/m	Temperatur °C
Quecksilber	50,00	18
Wasser	7,55	0
Wasser	7,25	20
Wasser	6,20	80
Glyzerin	6,40	18
Benzol	2,92	18
Äthylenäther	1,70	18

**Grenzflächenspannung, Kapillarität**

Adhäsion



Kohäsion



Steighöhe / Senktiefe (Kapillarität)

$$h = \frac{2 * \delta * \cos \alpha}{\rho * g * R} \text{ [m]}$$

$\delta$  = Oberflächenspannung [N/m]

$\alpha$  = Randwinkel [-]

$\rho$  = Dichte der Flüssigkeit [kg/m<sup>3</sup>]

$g$  = Erdbeschleunigung 9,81 [m/s<sup>2</sup>]

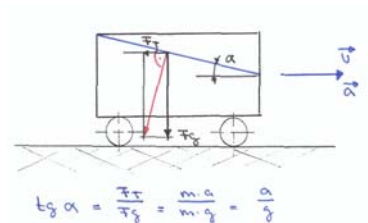
$R$  = Radius des Röhrchens [m]

## Freie Flüssigkeitsoberfläche

$$\tan \alpha = \frac{F_T}{F_g} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{a}{g}$$

a = Beschleunigung [m/s<sup>2</sup>]

g = Erdbeschleunigung 9.81 [m/s<sup>2</sup>]



## Kompressibilität von Flüssigkeiten

$$\alpha = \frac{\Delta V}{V \cdot p} \quad [1/\text{bar}]$$

$\Delta V$  = Volumenabnahme [m<sup>3</sup>]

V = Gesamtvolumen [m<sup>3</sup>]

P = Druck [bar]

Einige Werte:

Flüssigkeit	Kompressibilität Bar <sup>-1</sup>
Quecksilber	4,0*10 <sup>-6</sup>
Glycerin	2,1*10 <sup>-5</sup>
Wasser	5,0*10 <sup>-5</sup>
Alkohol	1,1*10 <sup>-4</sup>

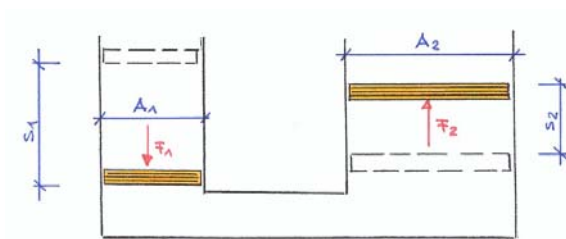
## Ruhende Flüssigkeiten und Gase

### Pumpenhöhe

$$H = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g}$$

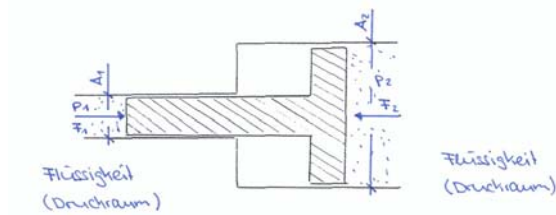
### Hydraulische Presse

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{s_2}{s_1}$$



## Druckumwandler

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{A_2}{A_1}$$



## Schweredruck von Flüssigkeiten

$$p = \rho * g * h \quad [\text{Pa}]$$

$\rho$	=	Dichte der Flüssigkeit [kg/m <sup>3</sup> ]
$g$	=	Erdbeschleunigung 9.81 [m/s <sup>2</sup> ]
$h$	=	Höhe [m]

Der absolute Druck in der Flüssigkeitstiefe:

$$p = \rho * g * h + p_b \quad [\text{Pa}]$$

$p_b$	=	Barometrische Druck [Pa]
-------	---	--------------------------

## Saughöhe von Flüssigkeiten

$$h_s = \frac{p_b - p_s}{\rho * g} \quad [\text{m}]$$

$p_b$	=	Barometrische Druck [Pa]
$p_s$	=	Saugdruck [Pa]
$\rho$	=	Dichte [kg/m <sup>3</sup> ]
$g$	=	Erdbeschleunigung 9.81 [m/s <sup>2</sup> ]

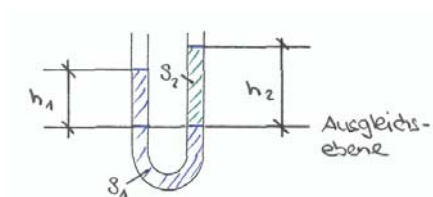
## Maximaler Unterdruck (Verdampfungsdruck v. Flüssigkeiten)

$$p_{u_{\max}} = p_b - p_s \quad [\text{Pa}]$$

## Verbundene Gefäße

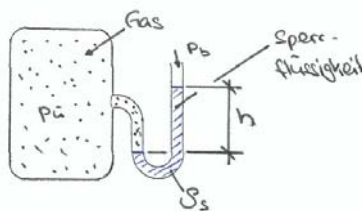
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

$h_1$	=	Höhe 1 [m]
$\rho$	=	Dichte der Sperrflüssig. [kg/m <sup>3</sup> ]



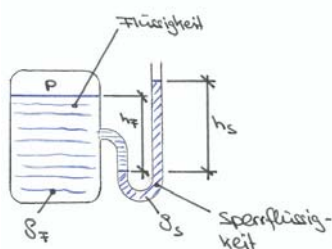
## Flüssigkeitsdruckmesser

$$p_{\bar{u}} = h * \rho_s * g \quad [\text{Pa}]$$



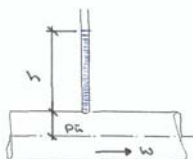
- h = Höhe [m]
- $\rho_s$  = Dichte der Sperrflüssigk. [kg/m<sup>3</sup>]
- g = Erdbeschleunigung 9.81 [m/s<sup>2</sup>]

$$p - p_b = g(\rho_s * h_s - \rho_F * h_F) \quad [\text{Pa}]$$



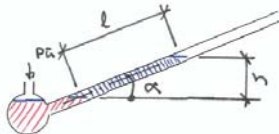
- p = Absoluter Druck im Gefäß [Pa]
- $p_b$  = Barometerdruck [Pa]
- g = Erdbeschleunigung 9.81 [m/s<sup>2</sup>]
- $\rho_s$  = Dichte der Sperrflüssigk. [kg/m<sup>3</sup>]
- $h_s$  = Höhe [m]
- $\rho_F$  = Dichte der Flüssigkeit [kg/m<sup>3</sup>]
- $h_F$  = Höhe [m]

$$p_{\bar{u}} = h * \rho * g \quad [\text{Pa}]$$



- h = Höhe [m]
- r = Dichte [kg/m<sup>3</sup>]
- g = Erdbeschleunigung 9.81 [m/s<sup>2</sup>]

$$p_{\bar{u}} = \rho * g * l * \sin \alpha \quad [\text{Pa}]$$

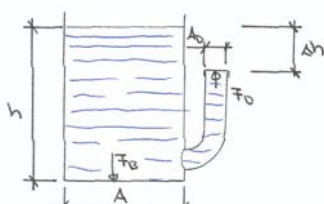


- $\rho$  = Dichte [kg/m<sup>3</sup>]
- g = Erdbeschleunigung 9.81 [m/s<sup>2</sup>]
- l = Länge [m]
- $\alpha$  = Neigungswinkel [°]

## Druckkräfte

$$F_B = \rho * g * h * A \quad [\text{N}]$$

$$F_D = \rho * g * \Delta h * A_D \quad [\text{N}]$$



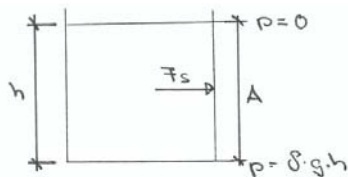
- r = Dichte [kg/m<sup>3</sup>]
- g = Erdbeschleunigung 9.81 [m/s<sup>2</sup>]
- h /  $\Delta h$  = Höhe (-Differenz) [m]
- A = Fläche [m<sup>2</sup>]
- $A_D$  = Fläche [m<sup>2</sup>]



# FORMELSAMMLUNG STRÖMUNGSLEHRE

## Mittlerer Schweredruck

$$F_s = \frac{\rho \cdot g \cdot h \cdot A}{2} \quad [\text{N}]$$



$\rho$	=	Dichte [kg/m <sup>3</sup> ]
$g$	=	Erdbeschleunigung 9.81[m/s <sup>2</sup> ]
$h$	=	Höhe [m]
$A$	=	Fläche der Seitenwand [m <sup>2</sup> ]

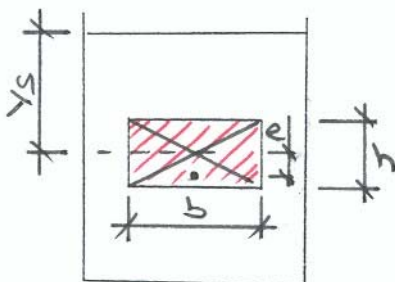
Angriffspunkt, wenn die Angriffsfläche drehbar wäre

$$e = \frac{I}{A \cdot h_s} \quad [\text{m}]$$

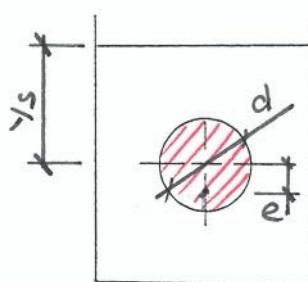
$e$	=	Abstand des Druckmittelpunktes vom Flächenschwerpunkt [m]
$I$	=	Flächenträgheitsmoment 2.Ordnung [m <sup>4</sup> ]
$A$	=	gedrückte Fläche [m <sup>2</sup> ]
$h_s$	=	Abstand des Schwerpunktes vom Flüssigkeitsspiegel [m]

Beispiele: eckiger bzw. runder Verschlussdeckel in der Seitenwand

$$e = \frac{h^2}{12y_s}$$

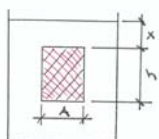


$$e = \frac{d^2}{16y_s}$$



## Auftriebskraft

$$F_A = \rho \cdot g \cdot V \quad [\text{N}]$$



$\rho$	=	Dichte der Flüssigkeit [kg/m <sup>3</sup> ]
$g$	=	Erdbeschleunigung 9.81[m/s <sup>2</sup> ]
$V$	=	Volumen des Körpers [m <sup>3</sup> ]

$$F_g > F_A$$

Der Körper sinkt unter

$$F_g = F_A$$

Der Körper schwimmt auf, oder schwebt im Wasser

$$F_g < F_A$$

Der Körper steigt nach oben, bis  $F_g = F_A$

# FORMELSAMMLUNG STRÖMUNGSLEHRE

---

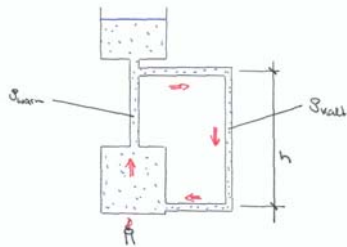
## Dichte des eingetauchten Körpers

$$\rho_K = \rho_F + \frac{F_g'}{V * g} \quad [\text{kg/m}^3]$$

$\rho_F$	=	Dichte der Flüssigkeit [kg/m <sup>3</sup> ]
$F_g'$	=	Tauchgewichtskraft [N]
$V$	=	Volumen der verdrängten Flüssigkeit [m <sup>3</sup> ]
$g$	=	Erdbeschleunigung 9.81[m/s <sup>2</sup> ]

## Auftriebsdruck durch Dichteunterschied

$$\Delta p = p_K - p_W = h * g (\rho_K - \rho_W) \quad [\text{Pa}]$$



$p$	=	Druck [Pa]
$h$	=	Höhe [m]
$g$	=	Erdbeschleunigung 9.81[m/s <sup>2</sup> ]
$\rho_K$	=	Dichte kalt [kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_W$	=	Dichte warm [kg/m <sup>3</sup> ]

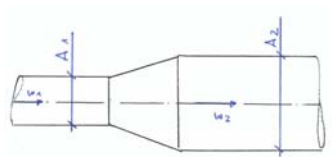
---

## Ideale stationäre Strömung

### Kontinuitätsgleichung

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{w_2}{w_1}$$

$A$	=	Fläche [m]
$w$	=	Geschwindigkeit [m/s]



## Bernouli-Gleichung

### Energiegleichung

$$E_{pot} + E_{kin} + E_d = konst.$$

$$p \cdot V + V \cdot \rho \cdot g \cdot h + \frac{V \cdot \rho \cdot w^2}{2} = konst.$$

### Druckgleichung

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{w^2 \cdot \rho}{2} = konst.$$

### Gesamtdruck

$$p_{Ges.} = p_{st} + p_{geo} + p_{dyn} \quad [\text{Pa}]$$

.....

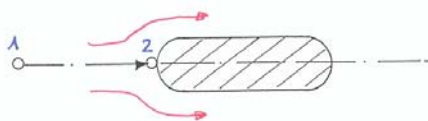
### Druckhöhengleichung

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + h + \frac{w^2}{2g} = konst.$$

### Gesamthöhe

$$h_{Ges.} = h_{st} + h_{geo} + h_{dyn} \quad [\text{m}]$$

## Statischer Druck und Staudruck



$$p_1 + \frac{w_1^2 \cdot \rho}{2} = p_2 + \frac{w_2^2 \cdot \rho}{2}$$
$$w_2 = 0$$
$$p_2 = p_1 + \frac{w_1^2 \cdot \rho}{2}$$

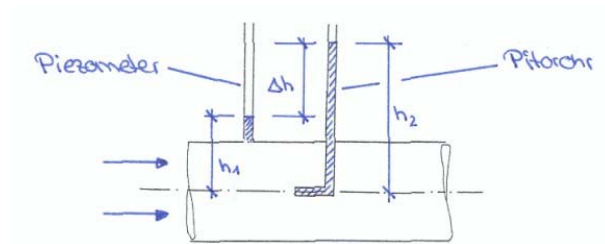
$$p_{Ges} = p_{st} + p_{dyn}$$
$$h_{Ges} = h_{st} + h_{dyn}$$

# FORMELSAMMLUNG STRÖMUNGSLEHRE

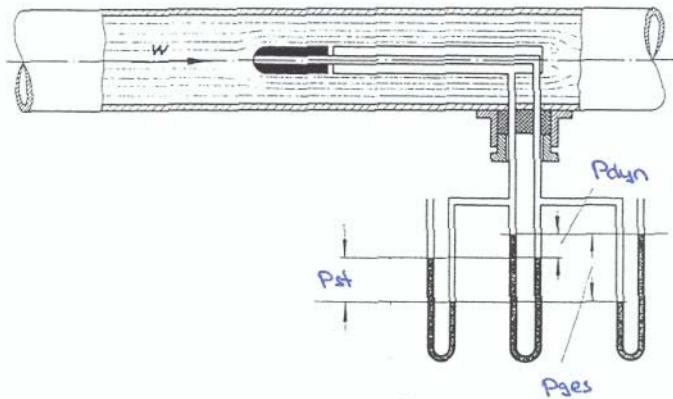
$$p_{st} = h_1 * \rho * g$$

$$p_{ges} = h_2 * \rho * g$$

$$p_{dyn} = \rho * g (h_2 - h_1) = \rho * g * \Delta h$$



## Dynamischer Druck



$$p_{dyn} = \frac{w^2 * \rho}{2} \text{ [Pa]}$$

w = Geschwindigkeit [m/s]

ρ = Dichte [kg/m<sup>3</sup>]

$$w = \sqrt{\frac{2 * p_{dyn}}{\rho}} \text{ [m/s]}$$

wenn der dynamische Druck mit einem U-Rohr gemessen wird, und die Messung in einer Flüssigkeit stattfindet:

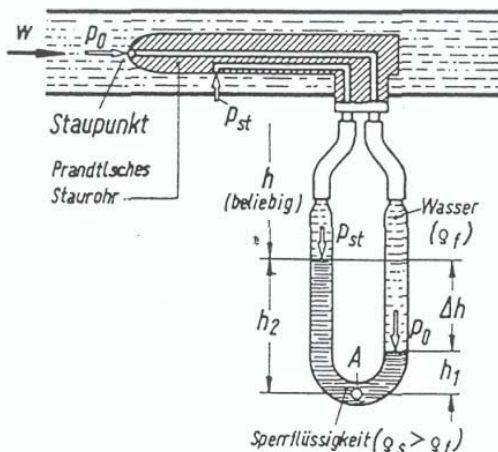
$$p_{dyn} = g * \Delta h * (\rho_s - \rho_{Fl}) \text{ [Pa]}$$

g = Erdbeschleunigung 9.81 [m/s<sup>2</sup>]

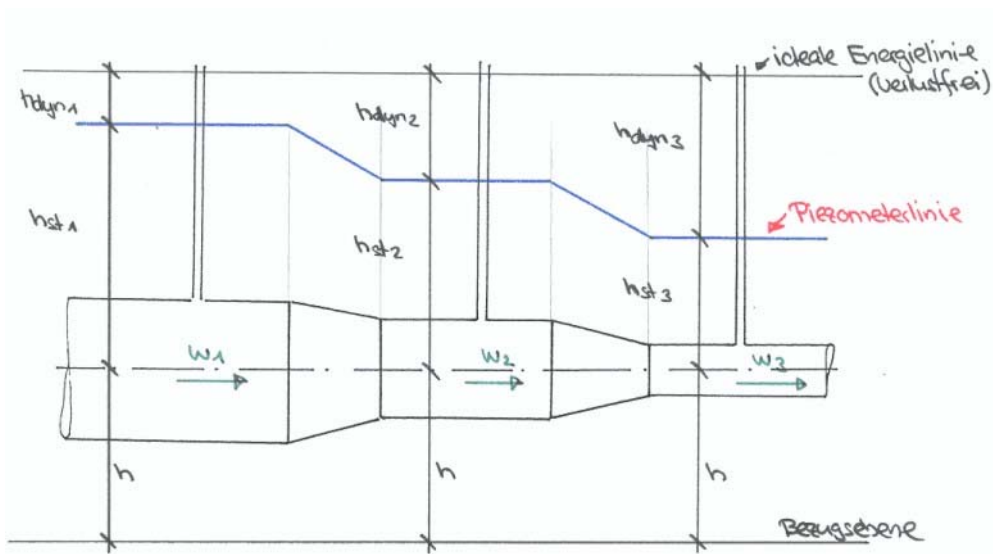
Δh = Höhenuntersch. der Sperrfl. [m]

ρ<sub>s</sub> = Dichte der Sperrflüssigk. [kg/m<sup>3</sup>]

ρ<sub>Fl</sub> = Dichte der Flüssigkeit [kg/m<sup>3</sup>]



## Die Piezometerlinie einer horizontalen Rohrleitung



## Die Venturidüse

$$w_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot \left[ \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}} \quad [\text{m/s}]$$

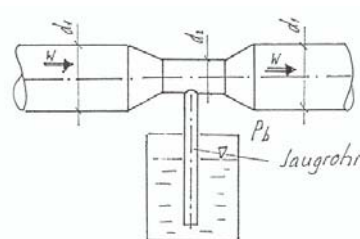
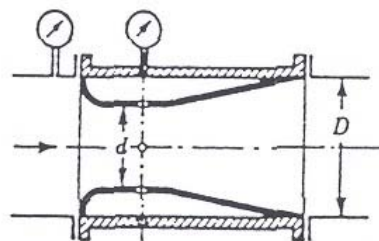
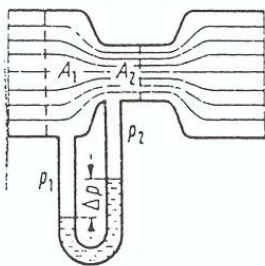
$w_1$  = Geschw. am Eintritt

$\Delta p$  = stat. Druckdiff. Zwischen Eintritt und Düseninnerem [Pa]

$\rho$  = Dichte [ $\text{kg/m}^3$ ]

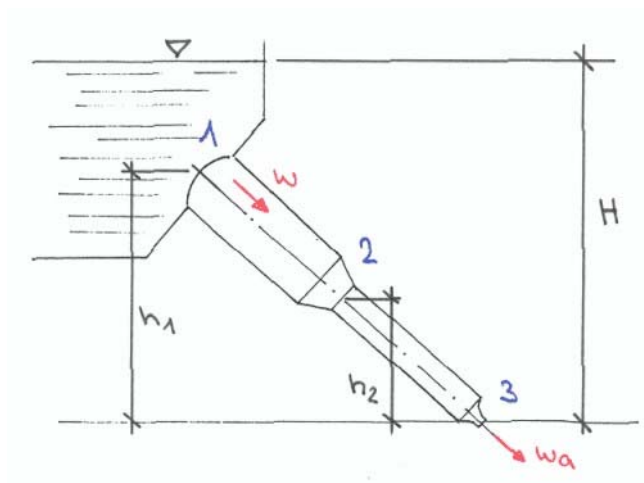
$A_1$  = Querschnitt am Eintritt [ $\text{m}^2$ ]

$A_2$  = Querschnitt in der Düse [ $\text{m}^2$ ]



Anwendung: Das Injektionsprinzip:

## Ausflussgesetz nach Toricelli



Stelle 1: 
$$H = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + h_1 + \frac{w_1^2 \cdot \rho}{2} \quad [\text{m}]$$

Stelle 2: 
$$H = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + h_2 + \frac{w_2^2 \cdot \rho}{2} \quad [\text{m}]$$

Stelle 3: 
$$H = 0 + 0 + \frac{w_a^2}{2 \cdot g} \quad [\text{m}] \quad w_a = \text{Ausflussgeschwindigkeit [m/s]}$$

## Ausflussgeschwindigkeit

$$w_a = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \quad [\text{m/s}]$$

$g$  = Erdbeschleunigung [ $\text{m/s}^2$ ]

$H$  = Höhe [m]

## Gefäss mit Überdruck

$$w_a = \sqrt{\frac{2 \cdot p_{\ddot{u}}}{\rho} + 2gh} \quad [\text{m/s}]$$

$p_{\ddot{u}}$  = Überdruck [Pa]

$\rho$  = Dichte [ $\text{kg/m}^3$ ]

$g$  = Erdbeschleunigung [ $\text{m/s}^2$ ]

$h$  = Höhe [m]

## Ausfliessender Volumenstrom

$$V' = w_a \cdot A \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

$w_a$  = Ausflussgeschwindigkeit [m/s]

$A$  = Öffnung [ $\text{m}^2$ ]

## FORMELSAMMLUNG STRÖMUNGSLEHRE

---

### Kontraktionszahl

$$\alpha = \frac{A'}{A} \quad [-]$$

$A'$  = Querschnitt (eingeschnürt) [m<sup>2</sup>]  
 $A$  = Ausflussquerschnitt [m<sup>2</sup>]

### Geschwindigkeitszahl $\varphi$

Sie ist die Reduktion der Ausflussgeschwindigkeit, welche durch die innere Reibung der Flüssigkeit und die Reibung an der Wandung entsteht.

### Ausflusszahl

$$\mu = \alpha * \varphi \quad [-]$$

Bei scharfkantiger runder Öffnung:  $\mu \cong 0.64$   
Bei gut gerundeter runder Öffnung:  $\mu \cong 0.97$

### Tatsächlicher Ausflussvolumenstrom

$$V' = \mu * A * \sqrt{2 * g * h}$$

$\mu$  = Ausflusszahl [-]  
 $A$  = Ausflussöffnung [m<sup>2</sup>]  
 $g$  = Erdbeschleunigung 9.81[m/s<sup>2</sup>]  
 $h$  = Höhe [m]

### Ausflusszeit

Wenn das Flüssigkeitsniveau gleich bleibt

$$t = \frac{V}{V'} \quad [\text{s}]$$

$V$  = Flüssigkeitsvolumen [m<sup>3</sup>]  
 $V'$  = Ausflussvolumen [m<sup>3</sup>/s]

Zeit bis das gesamte Volumen einmal erneuert ist.

Wenn das Flüssigkeitsniveau sinkt

Gesamte Entleerung:

$$t = \frac{2 * V}{\mu * A * \sqrt{2 * g * h_1}}$$

$V$  = Flüssigkeitsvolumen [m<sup>3</sup>]  
 $\mu$  = Ausflusszahl [-]  
 $A$  = Ausflussöffnung [m<sup>2</sup>]  
 $g$  = Erdbeschleunigung 9.81[m/s<sup>2</sup>]  
 $h_1$  = Höhe [m]

## FORMELSAMMLUNG STRÖMUNGSLEHRE

---

Absenkung von Niveau 1 auf Niveau 2:

$$t = \frac{2 \cdot A_0}{\mu \cdot A \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})$$

$A_0$  = Querschnitt d. Behälters [m<sup>2</sup>]

$\mu$  = Ausflusszahl [-]

$A$  = Ausflussöffnung [m<sup>2</sup>]

$g$  = Erdbeschleunigung 9.81[m/s<sup>2</sup>]

$h$  = Höhe [m]

### Statischer Druckrückgewinn

(theoretischer Druckrückgewinn)

$$p_{st2} - p_{st1} = \frac{\rho}{2} (w_1^2 - w_2^2)$$

$\rho$  = Dichte [kg/m<sup>3</sup>]



### Reale stationäre Strömung

#### Erweiterte Bernoulligleichung

##### Höhenform

$$h_{st} + h_{dyn} + h_v = konst. (= h_{tot})$$

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{w_1^2}{2 \cdot g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{w_2^2}{2 \cdot g} + h_{v1-2}$$

##### Druckform

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{w_1^2 \cdot \rho}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{w_2^2 \cdot \rho}{2} + p_{v1-2}$$



# FORMELSAMMLUNG STRÖMUNGSLEHRE

## Viskosität

= Fließfähigkeit

### Dynamische Viskosität

$$\eta = \frac{F \cdot s}{A \cdot v} \quad [\text{N} \cdot \text{s} / \text{m}^2]$$

F = Ferschiebungskraft [N]  
s = Schichtdicke d. Fluides [m]  
A = Fläche [m<sup>2</sup>]  
v = Geschwindigkeit [m/s]

### Kinematische Viskosität

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [\text{m}^2 / \text{s}]$$

$\rho$  = Dichte [kg/m<sup>3</sup>]

## Absolute Rauigkeit

= die mittlere Höhe der Unebenheiten der Rohroberfläche.

Rohrart	Rauigkeitshöhe in mm
Blankgezogene Rohre (Cu, Al, Messing...)	0.01 bis 0.03
PVC und PE Rohre	0.007
Stahlrohre nach DIN 2448	0.045
Stahlrohre angerostet	0.15 bis 3.0
Stahlrohre verzinkt	0.15
Gefalzte Blechkanäle	0.15
Flexible Schläuche	0.0016 bis 2.0
Rohe Betonkanäle	1.0 bis 3.0
Gemauerte Schächte	3.0 bis 5.0

## Relative Rauigkeit

$$k_{rel} = \frac{k}{d} \quad [-] \quad (\text{Manchmal auch } d/k)$$

d = Rohrdurchmesser [mm]

## Reynoldszahl

$$\text{Re} = \frac{d \cdot w}{\nu} \quad [-]$$

d = Durchmesser bzw.  
hydraulischer Durchmesser [m]  
w = Geschwindigkeit [m/s]  
v = kinematische Viskosität [m<sup>2</sup>/s]

## Hydraulischer Durchmesser

$$d_h = \frac{4 \cdot A}{U}$$

A = Querschnitt

U = Umfang

Bei rechteckigem Querschnitt:

$$d_h = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b}$$

Bei quadratischem Querschnitt:

$$d_h = \frac{4 \cdot a^2}{4 \cdot a} = a$$

## Gleichwertiger Durchmesser

Er ergibt bei gleichem Druckabfall (R-Wert) den gleichen Volumenstrom:

$$d_{gl} = \sqrt[5]{\frac{32}{\pi^2} \cdot \sqrt{\frac{a^3 \cdot b^3}{a+b}}} = 1.265 \sqrt[5]{\frac{a^3 \cdot b^3}{a+b}}$$

---

## Strömungsformen

### Laminare Strömung

Die Flüssigkeit bewegt sich in geordneten, nebeneinanderliegenden Schichten (Lamina=Schicht).

Laminare Strömung = $Re \leq 2320$
------------------------------------

### Turbolente Strömung

Sie ist durch fortwährende Wirbelbildung und deren Zerfall gekennzeichnet (Turbo=Wirbel). Die Strombahnen kreuzen sich dabei.

**Übergang** von laminarer zur turbulenten Strömung:

$$Re = 2320 \text{ (kritische Reynoldszahl)}$$

Es ist aber **auch möglich**, dass **bei einer höheren Reynoldszahl** eine laminare Strömung auftritt (=instabile Strömung). Sobald jedoch eine Störung auftritt schlägt die Strömung zu einer bleibenden turbulenten Strömung um.

Bereich des instabilen Verhaltens:

bei Luft bis ca.  $Re = 3000$   
bei Wasser bis ca.  $Re = 8000 - 10'000$

## Strömungsverluste bei Rohrleitungen

### Druckverlust durch Rohrreibung

$$h_v = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2}{2 \cdot g}$$
$$\Delta p_v = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2$$

- $l$  = Rohrlänge [m]  
 $\lambda$  = Rohrreibungszahl [-]  
 $d$  = Durchmesser (hydraulischer Durchmesser) [m]  
 $w$  = Geschwindigkeit [m/s]

### R-Wert

= Druckverlust pro 1m Rohr

$$R = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \quad [\text{Pa/m}]$$

- $\lambda$  = Rohrreibungszahl [-]  
 $d$  = Durchmesser (hydraulischer Durchmesser) [m]  
 $\rho$  = Dichte [kg/m<sup>3</sup>]  
 $w$  = Geschwindigkeit [m/s]

und somit der Druckverlust durch Rohrreibung:

$$\Delta p_R = l \cdot R$$

- $l$  = Rohrlänge [m]
- 

## Druckverlust durch Rohrreibung bei laminarer Strömung

### Mittlere Strömungsgeschwindigkeit

$$w_m \cong 0.5 \cdot w_{\max}$$

### Rohrreibungszahl

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$

### R-Wert

$$R = \frac{32 \cdot \nu \cdot \rho \cdot w}{d^2} \quad [\text{Pa/m}]$$

- $\nu$  = kinematische Viskosität [m<sup>2</sup>/s]  
 $\rho$  = Dichte [kg/m<sup>3</sup>]  
 $w$  = Strömungsgeschwindigkeit [m/s]  
 $d$  = Durchmesser [m]
-

## Druckverlust durch Rohrreibung bei turbulenter Strömung

### Maximale Strömungsgeschwindigkeit

$$w_{\max} = 1.15 \dots 1.25 w_m$$

### Dicke der Grenzschicht

$$\delta = \frac{34.2}{(0.5 * \text{Re})^{0.875}} * d$$

.....

### Hydraulisch glatte Rohre

Die gesamte **Rauhigkeit der Rohrwandung wird von der laminaren Schicht am Rande des Rohres überdeckt**. Die Rauhigkeit  $k$  hat also keinen Einfluss auf den Strömungswiderstand.

Dies ist der Fall wenn:

$$\frac{\delta}{k} > 4 \quad \text{oder} \quad \text{Re} \frac{k}{d} < 65$$

### Rohrreibungszahl

$$\lambda = 0.0054 + \frac{0.396}{\text{Re}^{0.3}} \quad [-]$$

.....

### Übergangsgebiet

Im Übergangsgebiet wird die **laminare Schicht an der Rohrwandung teilweise von den Rauhigkeitserhebung durchbrochen**.

Dies ist der Fall wenn:

$$1 < \frac{\delta}{k} < 4 \quad \text{oder} \quad 65 < \text{Re} \frac{k}{d} < 1300$$

### Rohrreibungszahl

$$\lambda = \frac{0.25}{\left[ \lg \left( \frac{15}{\text{Re}} + \frac{k}{3.715 * d} \right) \right]^2} \quad [-]$$

## Hydraulisch raue Rohre

Es ist nur noch die relative Rauigkeit massgebend für den Strömungswiderstand.  
Dies ist der Fall wenn:

$$1 > \frac{\delta}{k} \quad \text{oder} \quad \text{Re} \frac{k}{d} > 1300$$

## Rohrreibungszahl

$$\lambda = 0.0055 + 0.15 \left( \frac{k}{d} \right)^{1/3} \quad [-]$$

.....

## Flexible Rohrleitungen

$$\lambda = \frac{1}{5} \sqrt[10]{\left( \frac{d}{h} \right)^6 * \left( \frac{l}{h} \right)^7} \quad [-]$$

h = Höhe der „Rillen“ [m]

Gültigkeitsbereich:

$$0 < \frac{h}{l} < 1.2$$
$$\text{Re} \cong 5 * 10^4$$

---

## Druckverlust durch Einzelwiderstände

$$\Delta p_v = \zeta * \frac{w^2 * \rho}{2} \quad [\text{Pa}]$$

ζ = Zeta-Wert [-]

w = Geschwindigkeit [m/s]

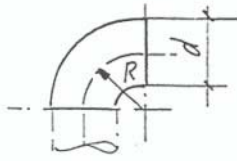
ρ = Dichte [kg/m<sup>3</sup>]

## Umrechnung auf andere Geschwindigkeiten

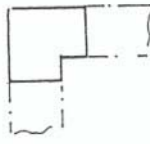
$$\zeta_2 = \zeta_1 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2$$

## Widerstände bei Richtungsänderungen

Eine Richtungsänderung kann stetig oder unstetig erfolgen:



Stetige Richtungsänderung



Unstetige Richtungsänderung

Der Einzelwiderstand setzt sich bei beiden Richtungsänderungen aus dem Ablöseverlust und der Rohrreibung zusammen:  $\zeta = \zeta_u + \lambda \frac{l}{d}$

### Umrechnung auf andere Winkel

Die angegebenen Zeta-Werte beziehen sich meistens auf 90°

Die Umrechnung auf andere Winkel erfolgt wie folgt:

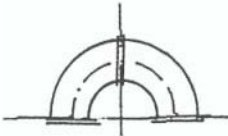
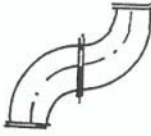
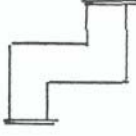
Bei Krümmern:

$$\zeta = \zeta_{90^\circ} \left( \frac{\alpha}{90} \right)^{3/4}$$

Bei Knie:

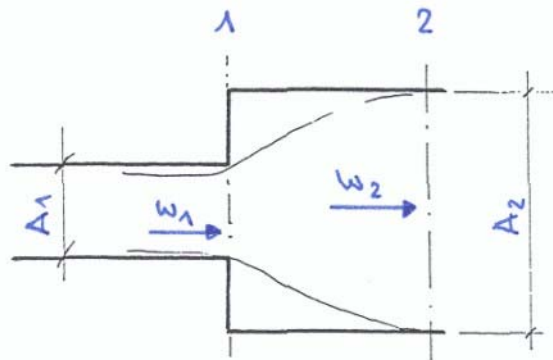
$$\zeta = \zeta_{90^\circ} \left( \frac{\alpha}{90} \right)^2$$

### Zusammengesetzte Richtungsänderungen

180° Bogen	Etage	Zusammengesetzte Abknickung
		
$\zeta = 2,5 \cdot \zeta_{90^\circ}$	$\zeta = \sum \zeta_{\text{Einzel}}$	$\zeta = 3 \div 3,7$ grosser / kleiner $\varnothing$

## Sprungartige Rohrerweiterung

Bei einer Sprungartigen Erweiterung treten sowohl Druck- als auch Impulskräfte auf.



$$\Delta p_v = \frac{\rho}{2} (w_1 - w_2)^2$$

## Zeta-Wert

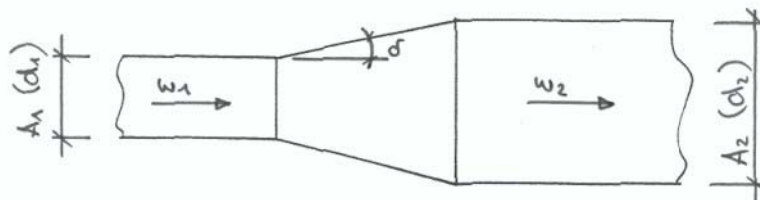
$$\zeta_2 = \left( \frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2$$

## Stossverlust

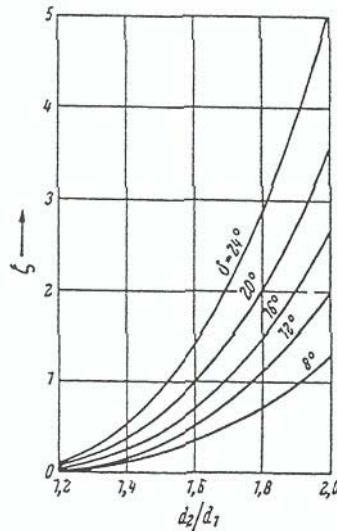
Bei der **Ausströmung** eines Fluides in einen grossen Raum ist die Geschwindigkeit  $w_2$  ca. 0m/s und deshalb der **Stossverlust**:

$$\Delta p_v = \frac{\delta}{2} * w_1^2$$

## Stetige Rohrerweiterung



$$\delta = \frac{150}{\sqrt[4]{Re}}$$



## Diffusorwirkungsgrad

$$\eta_D = \frac{\Delta p_{\text{winkl.}}}{\Delta p_{\text{theo.}}} \quad [-]$$

$\Delta p_{\text{winkl.}}$  = tatsächliche Druckumsetzung

$\Delta p_{\text{theo.}}$  = theoretische Druckumsetzung nach Bernoulli

## Tatsächliche Druckumsetzung

$$\Delta p_{\text{winkl.}} = \frac{w_1^2 * \rho}{2} \left( 1 - \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - \zeta_1 \right)$$

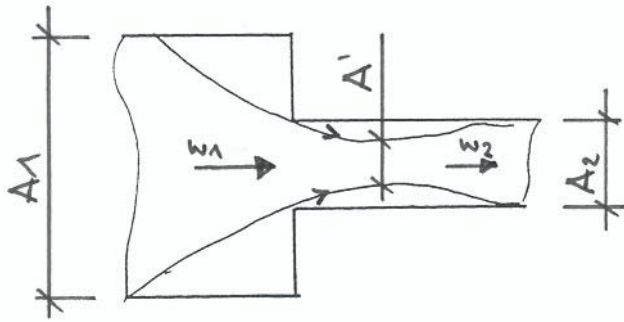
## Theoretische Druckumsetzung

$$\Delta p_{\text{theo.}} = \frac{w_1^2 * \rho}{2} \left( 1 - \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right)$$

.....



## Sprungartige Rohrverengung

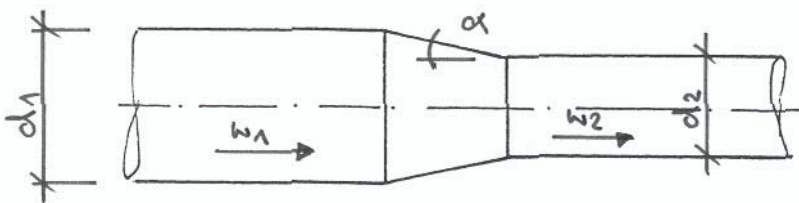


$$\zeta_2 = \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2$$

$\alpha$  = Durchflusszahl [-]

$A_2/A_1$	0-0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
Scharfe Kante	0.63	0.65	0.68	0.71	0.76	0.82	0.90	1.00
Gebrochene Kante	0.75	0.77	0.79	0.82	0.85	0.88	0.94	1.00
Gerundete Kante	0.90	0.91	0.91	0.92	0.94	0.96	0.98	1.00
Glatte Abrundung	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00

## Stetige Rohrverengung

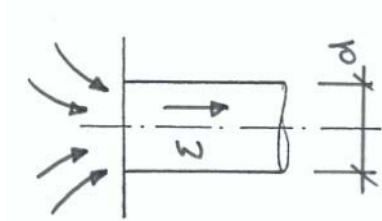


Der Druckverlust ist **praktisch nur der Reibungsverlust**. (Der Zeta-Wert ist so klein, dass er vernachlässigt werden kann)

## Rohreinläufe

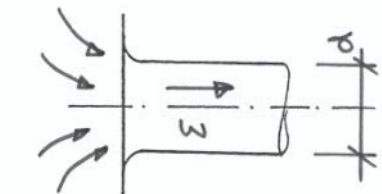
### Senkrechter Einlauf

- Scharfkantig  $\zeta=0.5$
- Kante gebrochen  $\zeta=0.25$



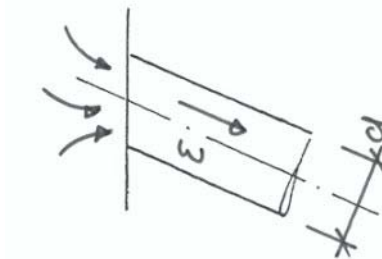
### Senkrechter abgerundeter Einlauf

- Je nach Radius  $z=0.006\dots 0.0005$



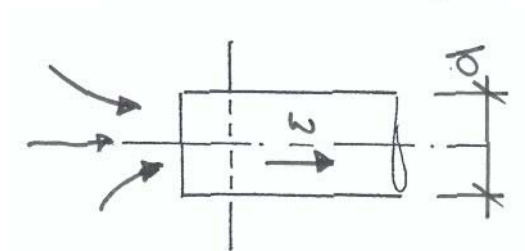
### Schiefwinkliger Einlauf

- |                       |            |            |            |
|-----------------------|------------|------------|------------|
| Bei $\alpha=30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ | $90^\circ$ |
| $\zeta=0.9$           | 0.8        | 0.7        | 0.5        |



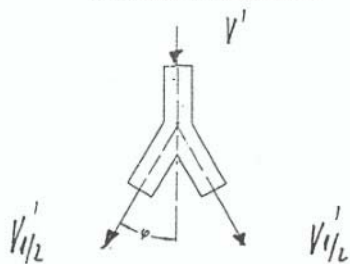
### Hineinragender Einlauf

- Scharfkantig  $\zeta=3.0$
- Kante gebrochen  $\zeta=0.6$



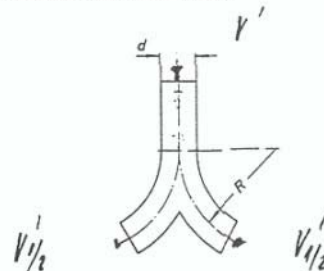
## T-Stücke und Hosenrohre

Gerade Hosenrohre



$\varphi$	$10^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\zeta_E$	0,1	0,3	0,7	1,0	1,4

Gekrümmte Hosenrohre



R/d	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\zeta_E$	1,1	0,6	0,4	0,25	0,2

## Abzweigstücke

$\dot{V}_a / \dot{V}$	Trennung				Vereinigung			
	$\dot{V}$	$\dot{V}_a$	$\dot{V}$	$\dot{V}_a$	$\dot{V}_a$	$\dot{V}$	$\dot{V}_a$	$\dot{V}$
0	0,96	0,04	0,9	0,04	-1,2	0,06	-0,9	0,05
0,2	0,88	-0,08	0,68	-0,06	-0,4	0,18	-0,37	0,38
0,4	0,83	-0,05	0,5	-0,04	0,7	0,3	0,0	0,73
0,6	0,96	0,07	0,38	0,07	0,47	0,4	0,22	0,06
0,8	1,10	0,21	0,35	0,2	0,72	0,5	0,37	-0,18
1,0	1,28	0,35	0,48	0,33	0,92	0,6	0,38	-0,54

## Gleichwertige Rohrlänge

$$l_{\text{äq}} = \frac{\zeta \cdot d}{\lambda} \quad [\text{m}]$$

$$\Delta p_v = (l + l_{\text{äq}}) \cdot R \quad [\text{Pa}]$$

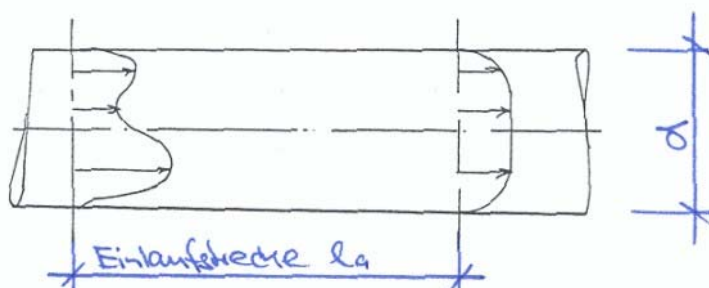
oder

$$\zeta_{\text{äq}} = \frac{l \cdot \lambda}{d} \quad [-]$$

$$\Delta p_v = \left( \sum \zeta + \zeta_{\text{äq}} \right) \cdot p_{\text{dyn}} \quad [\text{Pa}]$$

## Rohreinlaustrecke

Die oben beschriebenen Werte stimmen nur, wenn ein ausgebildetes Geschwindigkeitsprofil vorliegt. Dies wird erreicht, wenn die Rohreinlaufstrecke eingehalten wird:



$$l_1 = A \cdot d \cdot \text{Re}^b \quad [\text{m}]$$

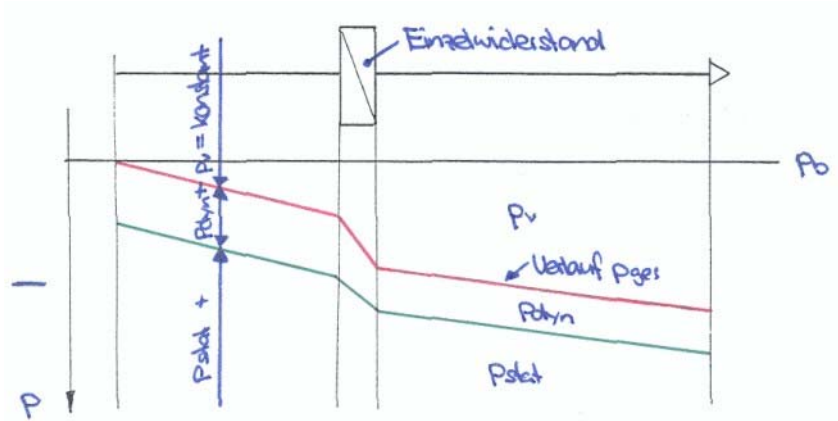
Laminare Strömung:       $A=0.06$   
     $b=1.0$

Turbulente Strömung:     $A=0.6$   
     $b=0.25$

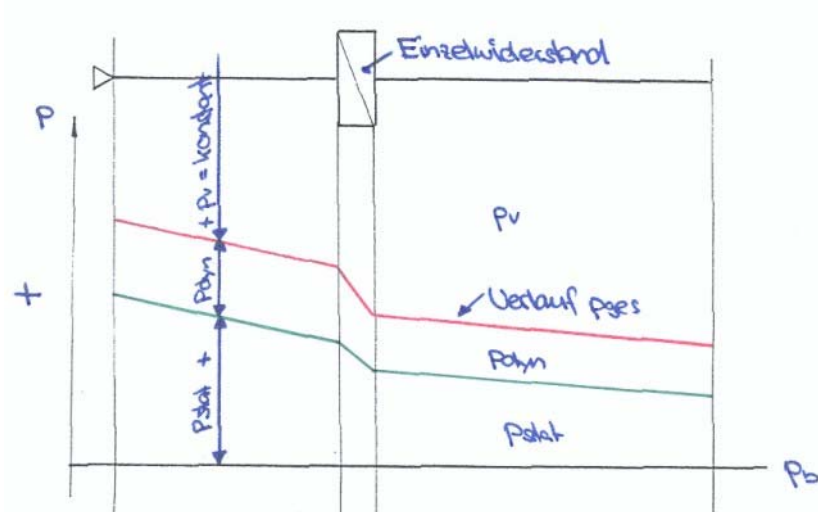
## Druckverlauf

### Druckverlauf in horizontalen Leitungen

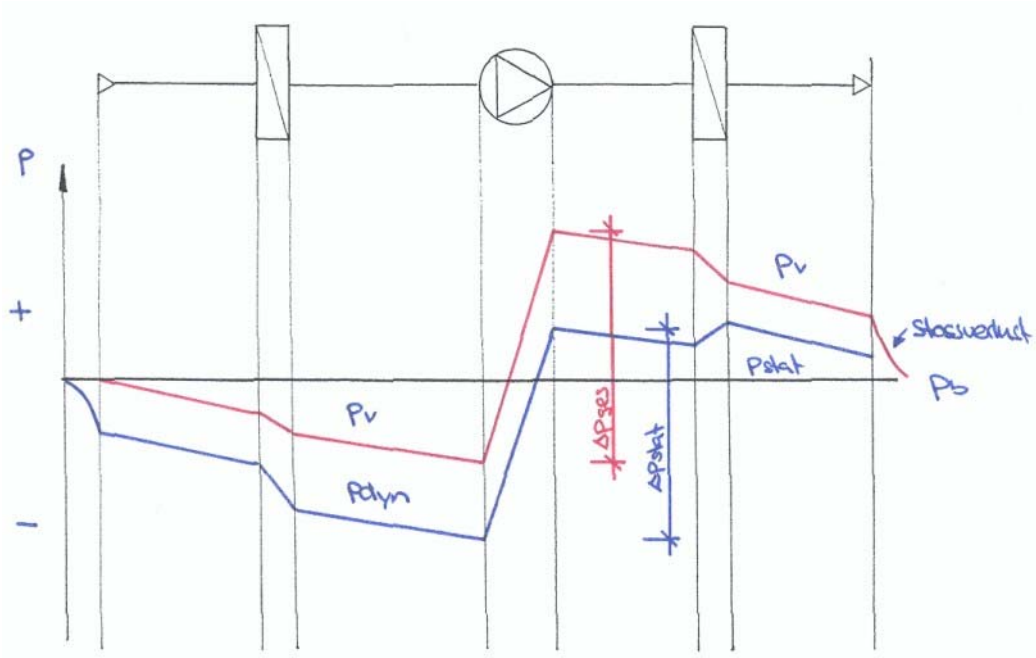
Bei Unterdruck:



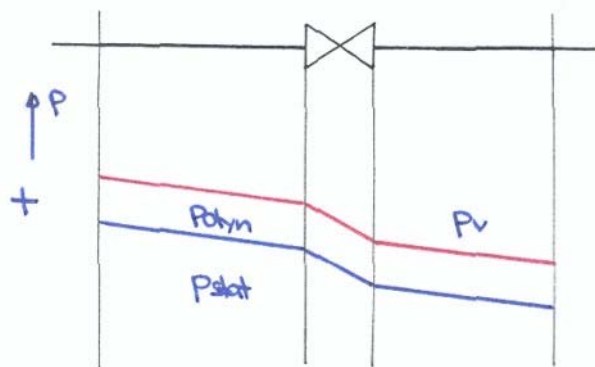
Bei Überdruck:



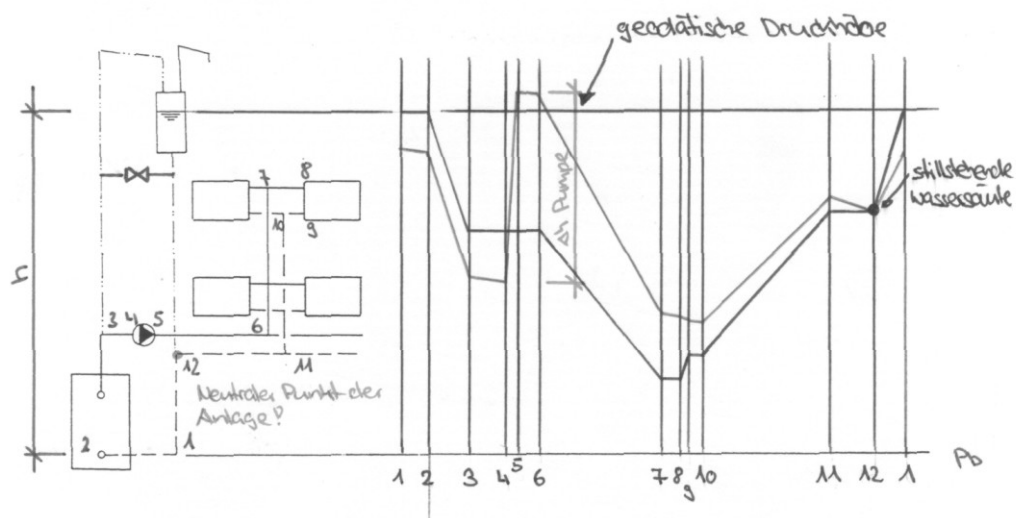
**Druckverlauf einer Lüftungsanlage**

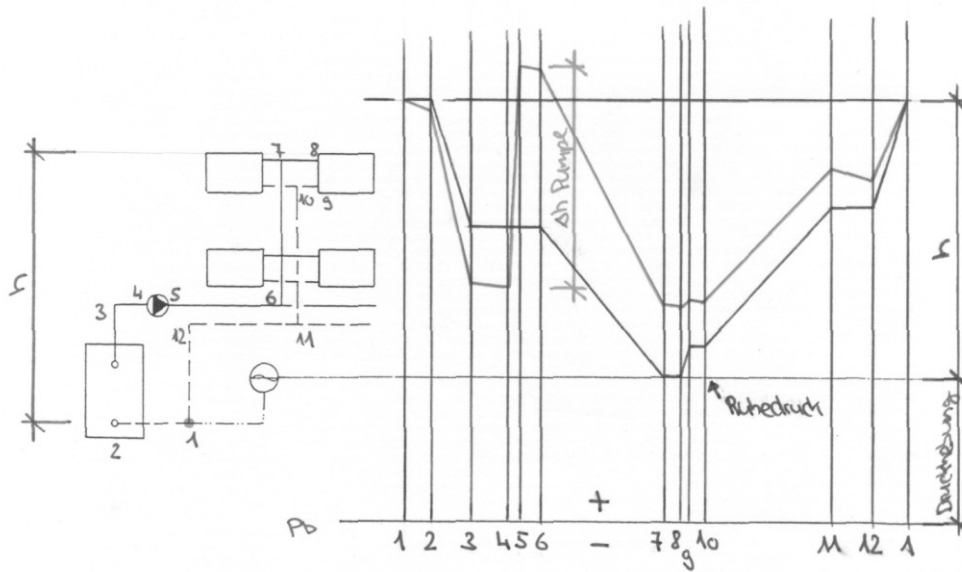


**Druckverlauf einer Heizungsanlage**



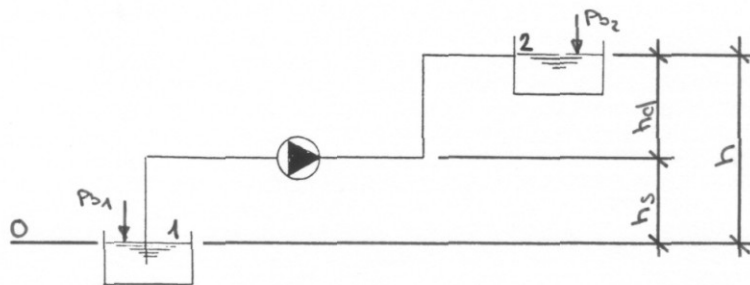
**Es muss immer als erstes der Nullpunkt gefunden werden!**





Förderdruck und Förderhöhe bei offenen Pumpensystemen

Gesamtdruck der Strömungsmaschine = Gesamtwiderstand des Rohrnetzes

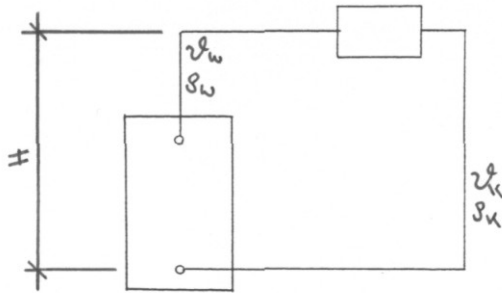


Förderhöhe  
 $H = h + h_v$  [m]

Förderdruck  
 $\Delta p = \rho * g * h + \rho * g * (h + h_v)$  [Pa]

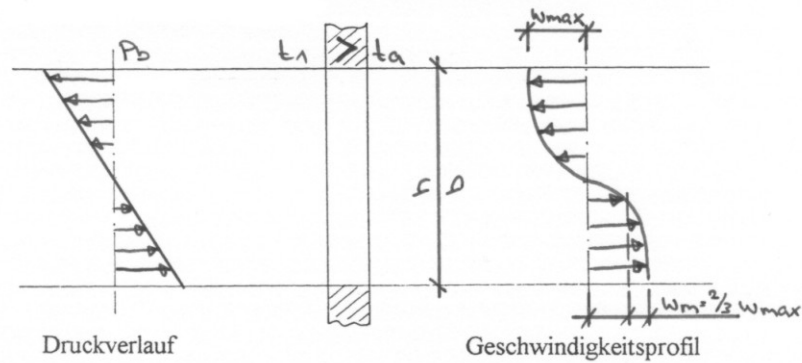
.....

## Schwerkraftzirkulation bei Wassersystemen



$$w = \sqrt{\frac{2 * H * g * (\rho_k - \rho_w)}{\rho_m \left( \sum \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right)}} \quad [\text{m/s}]$$

## Schwerkraftzirkulation bei offenen Türen und Fenstern



$$w_{\max} = \sqrt{\frac{h(\rho_k - \rho_w) * g}{\rho_m}} \quad [\text{m/s}]$$

$$V' = \frac{2}{3} * w_{\max} * \frac{h * b}{2} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$